

Giancarlo Buccella

## Esercizi svolti di Fisica 1

**tutti i problemi proposti ma non risolti nel testo**

**“Problemi di Fisica Generale: Meccanica –  
Termodinamica - Teoria cinetica dei gas”**

**Sergio Rosati e Roberto Casali**

**Casa Editrice Ambrosiana (2<sup>a</sup> ed. 1998)**

*Ai miei genitori*

*E tutto quello che fate in parole ed opere, tutto si compia nel nome del Signore Gesù, rendendo per mezzo di lui grazie a Dio Padre.*

*Colossesi 3,17*

# Decalogo per la risoluzione dei problemi di Fisica

- 1) Leggere attentamente il testo del problema.
- 2) Preparare un elenco completo delle quantità date (note) e di quelle cercate (incognite).
- 3) Disegnare uno schema o un diagramma accurato della situazione. Nei problemi di dinamica, assicurarsi di aver disegnato *tutte* le forze che agiscono su un dato corpo (diagramma di corpo libero).
- 4) Dopo aver deciso quali condizioni e principi fisici utilizzare, *esaminare le relazioni matematiche che sono valide nelle condizioni date*. Assicurarsi sempre che tali relazioni siano applicabili al caso in esame. E' molto importante sapere quali sono le limitazioni di validità di ogni relazione o formula.
- 5) Molte volte le incognite sembrano troppe rispetto al numero di equazioni. In tal caso è bene chiedersi, ad esempio:
  - a) esistono altre relazioni matematiche ricavabili dalle condizioni del problema?
  - b) è possibile combinare alcune equazioni per eliminare alcune incognite?
- 6) E' buona norma risolvere i problemi in modo simbolico e sostituire i valori numerici soltanto alla fine. Conviene anche mantenere traccia delle unità di misura, poiché questo può servire come controllo.
- 7) Controllare se la soluzione trovata è dimensionalmente corretta.
- 8) Arrotondare il risultato finale allo stesso numero di cifre significative di quello dei dati del problema, tenendo presente comunque che, qualora i dati siano espressi con precisione diversa, il risultato finale non potrà essere più preciso del dato meno preciso.
- 9) Ricordare che per imparare a risolvere bene i problemi è necessario risolverne tanti: la risoluzione dei problemi spesso richiede creatività, ma qualche volta (spesso) si riuscirà a risolvere un problema prendendo lo spunto dal percorso risolutivo di problemi analoghi già svolti.
- 10) Se infine non si riesce ad “imbrocicare” la strada giusta: consultare un qualche testo di esercizi svolti (come quello che avete tra le mani!).

## Indice

Capitolo 1 – Cinematica del punto	Pag. 1
Capitolo 2 – Cinematica dei moti relativi	Pag. 28
Capitolo 3 – Dinamica del punto materiale	Pag. 30
Capitolo 4 – Statica dei sistemi materiali	Pag. 72
Capitolo 5 – Dinamica dei sistemi materiali. Caso di moto traslatorio	Pag. 96
Capitolo 6 – Dinamica dei sistemi materiali. Caso di moto rototraslatorio	Pag. 170
Capitolo 7 – Dinamica dell'urto	Pag. 211
Capitolo 8 – Statica e dinamica dei fluidi	Pag. 263
Capitolo 9 – Termologia e calorimetria	Pag. 278
Capitolo 10 – Termodinamica	Pag. 395
Capitolo 11 – Teoria cinetica dei gas	Pag. 348

# Capitolo 1

## Cinematica del punto

### Prob. 1-3

L'ascissa curvilinea di un corpo in movimento varia nel tempo secondo la legge  $s(t) = ct^3 + s_0$  con  $c=0.02 \text{ m/s}^2$  e  $s_0=1.50 \text{ m}$ .

- Si valuti con errore non superiore a  $10^{-2} \text{ m/s}$  la velocità scalare all'istante  $t_1=5\text{s}$  calcolando la velocità scalare media in intervalli  $(t_1, t = t_1 + \Delta t)$  di ampiezza  $\Delta t$  sempre più piccola.
- Si valuti la velocità scalare all'istante  $t_1=5\text{s}$  utilizzando un grafico spazio-tempo disegnato su un foglio di carta millimetrata.

a)  $s(t) = ct^3 + v_0$      $v(t) = ds(t)/dt = 3ct^2$      $v(5) = 1.5 \text{ m/s}$

l'errore assoluto della velocità è

$$\Delta v = 6ct \Delta t$$

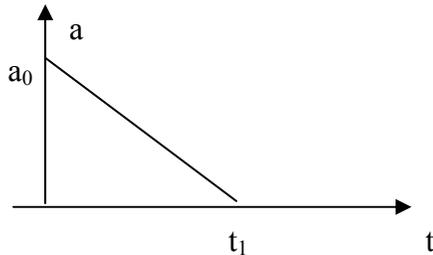
se si vuole  $\Delta v < 0.01$  si dovrà prendere  $\Delta t < \Delta v / (6ct)$  ossia

$$\Delta t < \Delta v / (6ct) = 0.01 / 6 \cdot 0.02 \cdot 5 = 1/60 \text{ s}^{-1}$$

b) Si fissi nel grafico un verso positivo in accordo ai punti del grafico corrispondenti a tempi successivi. Si tracci poi la retta tangente al grafico nel punto di ascissa  $t_1=5\text{s}$ , con orientamento concorde a quello del grafico: la tangente dell'angolo che tale retta forma con l'asse delle ascisse misura la velocità in m/s.

**Prob. 1-7**

Un treno inizialmente fermo si mette in moto all'istante  $t=0$  con accelerazione scalare iniziale  $a=0.4 \text{ m/s}^2$ ; l'accelerazione diminuisce poi linearmente col tempo e si annulla all'istante  $t_1$  in cui il treno ha raggiunto una velocità di modulo  $V=90 \text{ km/h}$ . Si determini lo spazio  $S$  percorso dal treno fino all'istante  $t_1$ .



$$a(t) = a_0 - k t \quad (\text{con } k \text{ positivo})$$

$$v(t_1) = 25 \text{ m/s}$$

Siccome a  $t = t_1$  l'acc. è zero si ha immediatamente quindi la legge temporale di  $a(t)$  diventa:

$$k = a_0/t_1$$

$$a(t) = a_0 - (a_0/t_1) t$$

$$V(t) = \int a(t) dt = a_0 t - \frac{1}{2} k t^2 = a_0 t - \frac{1}{2} (a_0/t_1) t^2$$

$$V(t_1) = a_0 t_1 - \frac{1}{2} (a_0/t_1) t_1^2 = \frac{1}{2} a_0 t_1 \quad \text{ma} \quad V(t_1) = 25 \text{ m/s} \quad \text{da cui} \quad t_1 = 2V/a_0 = 125 \text{ s}$$

$$S(t) = \int v(t) dt = \int (a_0 t_1 - \frac{1}{2} (a_0/t_1) t_1^2) dt = \frac{1}{2} a_0 t^2 - \frac{1}{6} k t^3$$

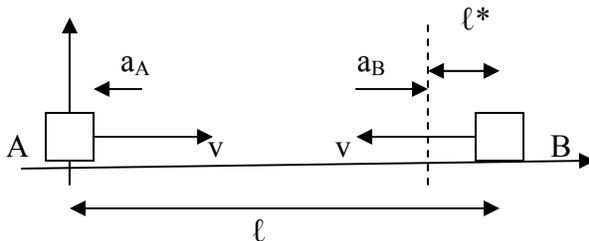
$$S(t_1) = \frac{1}{2} a_0 t_1^2 - \frac{1}{6} (a_0/t_1) t_1^3$$

Sostituendo il valore di  $t_1$  si ha

$$S(t_1) = (4/3) V^2/a_0$$

**Prob. 1-8**

A causa di uno scambio difettoso, due locomotive A e B si trovano a viaggiare sopra lo stesso binario, una incontro all'altra, con moduli delle velocità  $v_A = v_B = v = 90 \text{ km/h}$ . Quando le due locomotive distano  $\ell = 511 \text{ m}$  il guidatore di A si accorge del pericolo, aziona la sirena e contemporaneamente aziona i freni: il moto della locomotiva A diviene uniformemente ritardato e il modulo dell'accelerazione è  $a_A = 1.25 \text{ m/s}^2$ . Il guidatore di B, appena percepisce il suono della sirena, aziona i freni e l'accelerazione della locomotiva B è costante con modulo  $a_B$ . Quale deve essere il valore minimo di  $a_B$  affinché le due locomotive non si scontrino? (Per la velocità del suono in aria si usi il valore  $v_s = 340 \text{ m/s}$ ).



Quando A aziona la sirena parte l'onda sonora che impiega il tempo  $t^*$  per giungere alle orecchie del conducente di B, si ha  $t^* = \frac{\ell}{v + v_s}$  per brevità indichiamo  $k = v + v_s$

Quindi possiamo scrivere  $t^* = \ell/k$

Eq. del moto di A:

$$x_A(t) = v_A t - \frac{1}{2} a_A t^2$$

$$v_A(t) = v - a_A t$$

A si fermerà quando  $v_A(t_1) = 0 = v - a_A t_1$

cioè all'istante  $t_1 = v/a_A = 20 \text{ s}$

quando avrà percorso una distanza

$$x(t_1) = v_A t_1 - \frac{1}{2} a_A t_1^2 = v^2 / 2a_A = 250 \text{ m}$$

B procederà di moto rettilineo uniforme finché non ode il suono della sirena e a partire da quell'istante il suo moto sarà uniformemente accelerato (con  $a < 0$ ).

Lo spazio percorso da B fino a quando non aziona i freni è  $\ell^* = v t^*$

Eq. del moto di B:

$$x_B(t) = \frac{1}{2} a_B (t-t^*)^2 - v (t-t^*) + \ell - v t_s$$

$$v_B(t) = v - a_B (t-t^*)$$

B si fermerà al tempo  $t_2$  tale che  $v_B(t_2) = 0 = v - a_B (t_2 - t^*)$

ossia  $(t_2 - t^*) = v / a_B$

Quando avrà percorso uno spazio

$$x_B(t_2) = \frac{1}{2} a_B (t_2 - t^*)^2 - v (t_2 - t^*) + \ell - v t_s = \ell - \frac{1}{2} v^2 / a_B - v t^*$$

I due treni non si urteranno finché

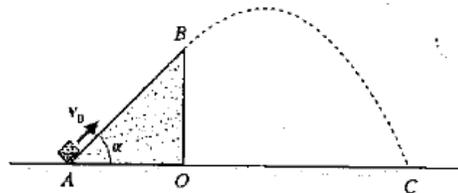
$$x_B(t_2) \geq x_A(t_1) \quad \text{cioè} \quad \ell - \frac{1}{2} v^2 / a_B - v t^* \geq v^2 / 2a_A$$

il valore minimo di  $a_B$  affinché sia evitato l'urto risulta essere:

$$a_B = -a_A \frac{v^2(v + v_s)}{v^2(v + v_s) - 2\ell a_A v_s} = 625/452 \text{ m/s}^2 = 1.38 \text{ m/s}^2$$

**Prob. 1-24**

Un corpo sale scivolando senza attrito lungo un piano inclinato di  $\alpha = \pi/4$  rad rispetto all'orizzontale. L'altezza del piano inclinato è  $h=OB=45\text{cm}$  e il modulo della velocità  $v_0$  che il corpo possiede nel punto A è doppia di quella che gli permetterebbe di arrivare in B con velocità nulla. Si calcoli la lunghezza del segmento OC trascurando la resistenza dell'aria.



PROBLEMA 1-24

La lunghezza del piano inclinato è  $AB = h / \sin \alpha = 0.64$  m, il moto lungo il piano inclinato è governato dall'accelerazione di gravità, ma solo la sua componente  $g_T = g \sin \alpha$  agisce sul corpo, pertanto dalle eq. della cinematica:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2ax \quad \text{con } a = -g \quad \text{ed } x = AB \quad \text{abbiamo} \quad v_f^2 = v_i^2 - 2 g_T AB$$

da cui imponendo che  $v_f$  sia nulla:

$$v_i = (2 g_T AB)^{1/2} = 2.97 \text{ m/s}$$

la velocità iniziale del corpo è dunque

$$v_0 \equiv v_A = 2 v_i = 2 (2 g_T AB)^{1/2} = (8g \sin \alpha AB)^{1/2} = 5.9 \text{ m/s}$$

la velocità in B sarà

$$v_B^2 = v_0^2 - 2 g_T AB = v_0^2 - 2 g (\sin \alpha) h / \sin \alpha = 8gh - 2gh = 6gh$$

$$v_B = (6gh)^{1/2} = 5.1 \text{ m/s}$$

*Alternativamente* si può sfruttare la conservazione dell'energia per il calcolo di  $v_B$ , infatti la velocità con cui m arriva in B è  $\frac{1}{2} m v^2 = mgh$   $v = (2gh)^{1/2}$  e la velocità di m in A effettiva sarà  $\frac{1}{2} m v_0^2 = mgh + \frac{1}{2} m v_B^2$  ritrovando lo stesso valore di prima.

Ora basta scrivere le solite eq. (scrivendo ora per semplicità  $v$  al posto di  $v_B$ )

$$x = v_x t$$

$$y = y_0 + v_y t - \frac{1}{2} g t^2 \quad \text{ricavando } t \text{ dalla prima e sostituendo nella seconda:}$$

$$y = h + (\tan \alpha) x - \frac{1}{2} g (x/v_x)^2 \quad \text{dove } y_0 = h \quad \text{e} \quad v_y/v_x = \tan \alpha$$

imponendo che sia  $y = 0$  (infatti nel punto C la coordinata  $y$  vale zero) ci ricaviamo il valore di  $OC \equiv x$

$$h + (\tan \alpha) x - \frac{1}{2} g (x/v_x)^2 = 0$$

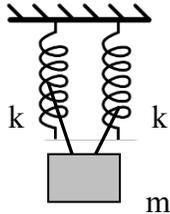
$$x = \frac{\tan \alpha \pm \sqrt{\tan^2 \alpha + 2gh/v_x^2}}{g/v_x^2} = \frac{v_x}{g} \tan \alpha \pm \frac{v_x}{g} \sqrt{v_x^2 \tan^2 \alpha + 2gh}$$

ma  $v_x = v \cos \alpha$  ;  $v_y = v \sin \alpha$  e  $v^2 = 6gh$  si perviene infine a

$$x = 6 h \sin \alpha \cos \alpha + \cos \alpha (36 h^2 \sin^2 \alpha + 12h^2)^{1/2} = (3+\sqrt{15}) h = 3.09 \text{ m}$$

**Prob. 3-30**

**N molle di uguali lunghezze di riposo e rispettive costanti elastiche  $k_1, k_2, \dots, k_N$ , vengono unite saldando insieme tra loro tutti i primi estremi delle molle e tra loro i secondi estremi: si calcoli la costante elastica  $k$  della molla così ottenuta.**



All'equilibrio alla forza peso fa equilibrio la forza elastica delle due molle

$$mg = k_1 \ell_0 + k_2 \ell_0$$

$$mg = (k_1 + k_2) \ell_0 = k_{eq} \ell_0$$

$$k_{eq} = k_1 + k_2$$

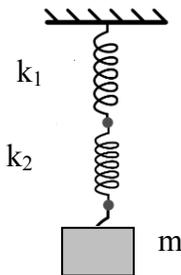
Se vi sono N molle sarà

$$k_{eq} = k_1 + k_2 + \dots + k_N$$

Quindi molle disposte in serie si allungheranno della stessa quantità.

**Prob. 3-32**

**N molle di lunghezze di riposo  $\ell_1, \ell_2, \ell_3, \dots, \ell_N$  e costanti elastiche  $k_1, k_2, \dots, k_N$ , rispettivamente, vengono saldate una di seguito all'altra: si calcoli la costante elastica  $k$  della molla così ottenuta.**



All'equilibrio alla forza peso  $mg$  deve far equilibrio la forza elastica dell'ultima molla  $mg = k_2 \ell_2$  ma la prima molla essendo anch'essa in equilibrio (ed essendo le molle prive di massa) con la seconda deve esercitare una forza analoga:

$$mg = k_2 \ell_2 \quad \text{l'allungamento totale delle due molle risulta pertanto}$$

$$\ell = \ell_1 + \ell_2 = mg (1/k_1 + 1/k_2) \quad \text{e quindi}$$

$$mg = \frac{\ell}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}} = k_{eq} \ell \quad \text{in cui se (si hanno N molle):} \quad k_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots + \frac{1}{k_N}}$$

Quindi molle disposte in parallelo si allungheranno di quantità diverse.

**Prob. 3-33**

Una molla disposta verticalmente e fissata per un estremo a un sostegno, porta appeso all'altro estremo un corpo di massa  $m_1=1$  kg.

- a) In condizioni di equilibrio la molla risulta allungata di  $\delta_1=5$  cm rispetto alla sua lunghezza di riposo. Si calcoli la costante elastica  $k$ .
- b) La molla viene tagliata a metà e all'estremo libero della parte di molla fissata al sostegno si appende un corpo di massa  $m_2=2$  kg. In condizioni di equilibrio quanto vale l'allungamento  $\delta_2$  della molla?

a) Come sappiamo dall'es. 3-29 la condizione di equilibrio è  $mg = kx$  dunque  
 $k = mg/x = 196$  N/m

b) Se si taglia una molla a metà e si vuole conoscere la sua costante elastica basta considerare la molla iniziale come costituita dalle due metà in serie, dunque

$$k_{eq} = 1/((1/k)+1/k) = k/2 \quad \text{da ciò } k = 2 k_{eq} \text{ quindi vale il doppio della molla intera.}$$

Ora considerando una sola metà con una massa  $m = 2$  kg l'allungamento sarà

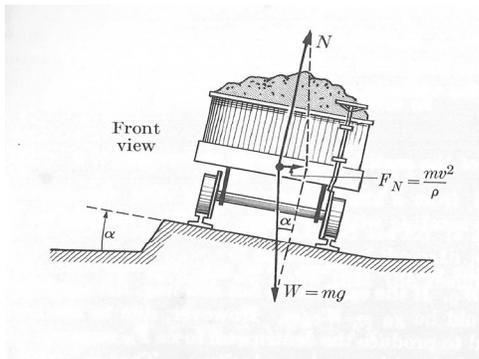
$$x = mg/2k_{eq} \text{ dove } k_{eq} \text{ è la costante elastica della molla intera, dunque}$$

$$x = 2 \cdot 10 / (2 \cdot 196) = 5 \text{ cm}$$

**Prob. 3-53**

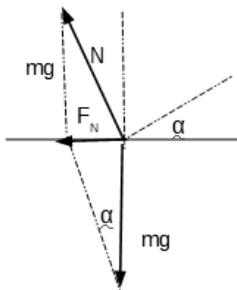
Una sferetta rotola senza strisciare lungo una pista circolare il cui fondo è inclinato rispetto all'orizzontale di un angolo  $\alpha$ . La traiettoria del centro della sferetta è una circonferenza di raggio  $r$ , mentre il modulo della sua velocità è costante, con valore  $v = (rg)^{1/2}$ . Quanto vale l'angolo  $\alpha$ ?

Il problema è del tutto analogo a quella di un treno vincolato a muoversi sui binari che affronta una curva come si vede da questo disegno:



per cui è immediato rilevare che la componente della risultante fra la somma di  $\mathbf{N}$  e  $\mathbf{P}$  deve essere la forza che fa curvare ossia la forza centripeta:  $\mathbf{N} + \mathbf{P} = mv^2/R \mathbf{i}$  dove si è scelto l'asse  $x$  lungo il raggio di curvatura. Allora è immediato scrivere;  $F_N = P \tan \alpha$  cioè  $\alpha = \arctan (mv^2/R)$

Se non ci si accorge direttamente della relazione sopra scritta si potrebbe percorrere la seguente strada più tortuosa (prendiamo la direzione  $x$  verso sinistra):



$mg + \mathbf{N} = \mathbf{F}_N$  siccome  $F_N$  deve essere lungo la direzione del raggio, prendiamo l'asse  $x$

lungo tale direzione verso l'interno, allora si deve avere:

$$mg_x + N_x = mv^2/R \quad \text{ma} \quad g_x = 0 \quad \text{allora}$$

$$N_x = mv^2/R \quad N_x = N \sin \alpha$$

Ci rimane da calcolare  $N$ , ma come si vede dal disegno, basta considerare il triangolo il alto a sinistra  $mg = N \cos \alpha$  cioè

$$N = mg / \cos \alpha \quad \text{quindi in definitiva}$$

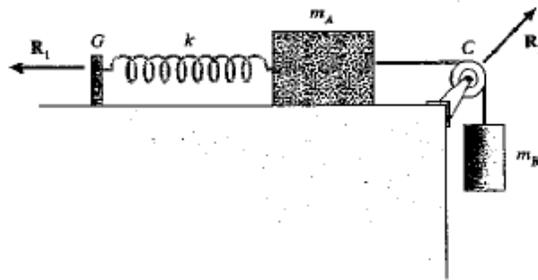
$$N_x = N \sin \alpha = (mg / \cos \alpha) \sin \alpha = mg \tan \alpha = mv^2/R \quad \text{e perciò}$$

$$\tan \alpha = \frac{mv^2}{R}$$

**Prob. 4-7**

Nel dispositivo schematizzato in figura un corpo A di massa  $m_A=2$  kg, posato su un piano orizzontale liscio, è collegato da un filo inestensibile a un altro corpo B di massa  $m_B=2$  kg, ed è saldato a un'estremità di una molla di costante elastica  $k=200$  N/m. L'altra estremità della molla è fissata a un gancio G solidale al piano; le masse del filo, della molla e della carrucola C sono trascurabili rispetto alle masse dei due corpi. Il sistema è in condizione di equilibrio. Si calcoli:

- l'allungamento della molla;
- la tensione del filo;
- i moduli delle reazioni vincolari  $R_1$  e  $R_2$  sviluppate dal gancio e dalla carrucola.



Le eq. del moto si scrivono:

$$\begin{aligned} T &= m_B g && \text{ed anche} \\ k \delta &= T = m_B g && \text{da cui} \\ \delta &= m_B g / k = 10 \text{ cm} \end{aligned}$$

Sarà:

$$R_1 = T = m_B g = 20 \text{ N} \quad \text{e} \quad \mathbf{R}_2 = R_{2,x} \mathbf{i} + R_{2,y} \mathbf{j}$$

dove

$$\begin{aligned} R_{2,y} &= T = m_B g \\ R_{2,x} &= k \delta = m_B g \quad \text{quindi} \quad R_2 = (R_{2,x}^2 + R_{2,y}^2)^{1/2} = \sqrt{2} m_B g \end{aligned}$$

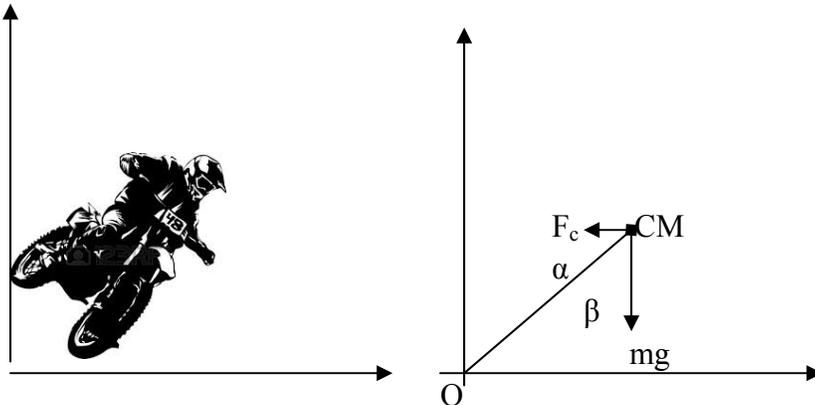
Approfondimento.

Più interessante studiare il periodo del moto oscillatorio di  $m_B$  una volta che lo si abbassi di un certo tratto rispetto alla posizione di equilibrio e lo si lasci poi libero di muoversi.

**Prob. 6-3**

Un motociclista affronta una curva, a raggio di curvatura  $r$ , con velocità di modulo  $v = (3rg/5)^{1/2}$ . Trascurando il fatto che le ruote hanno uno spessore finito, si calcoli

- quale inclinazione rispetto all'orizzontale deve tenere il motociclista per non cadere né verso l'interno né verso l'esterno,
- quanto deve valere il coefficiente di attrito statico affinché le ruote non slittino sopra il terreno.



a) Nel SRI solidale al motociclista deve essere nulla la risultante dei momenti. Le forze in gioco sono la forza peso e la forza centripeta. Rispetto ad O:

$$0 = \mathbf{r} \times m\mathbf{g} - \mathbf{r} \times \mathbf{F}_c$$

$$r m g \sin \beta = r m (v^2/R) \sin \alpha$$

$$\beta = 90^\circ - \alpha$$

$$\sin \beta = \cos \alpha$$

$$g \cos \alpha = (v^2/R) \sin \alpha$$

$$\tan \alpha = g R / v^2$$

$$\alpha(v) = \arctan(g R / v^2)$$

come è intuitivo l'angolo dipende dalla velocità (per un assegnato raggio); come ben sanno i bambini che iniziano ad andare in bicicletta!

Sostituendo il valore della velocità dato dal testo abbiamo

$$\alpha(v) = \arctan 5/3 = 59^\circ$$

b) Affinchè la moto non scivoli verso l'interno della curva occorre una forza che contrasti esattamente la forza centrifuga: per l'appunto la forza di attrito.

$$F_a = F_c$$

$$F_a \geq \mu m g$$

$$F_c = F_a \geq \mu m g \quad \text{pensando alla condizione di minima forza di attrito occorrente si ha}$$

$$F_c = \mu m g$$

$$m (v^2/R) = \mu m g$$

da cui vediamo ad esempio che (per un assegnato valore di  $R$  e di  $\mu$ ) la velocità minima per non slittare è

$$v_{\min} = (\mu g R)^{1/2}$$

Ma a noi ora interessa il valore minimo di  $\mu$  per un assegnato valore di  $v$  e di  $R$ , dunque

$$\mu_{\min} \geq v^2/gR = 3/5$$

**Prob. 10-19**

Una certa massa di gas perfetto subisce una trasformazione ciclica reversibile. Iniziando con pressione  $P_1 = \text{atm}$  e temperatura  $T_1 = 400 \text{ K}$  si esegue un'espansione adiabatica con rapporto di espansione  $V_1/V_2 = x = 0.729$ , quindi una trasformazione isobara fino alla temperatura  $T_3 = x T_1$ ; il ciclo si conclude con una compressione adiabatica seguita da una isovolumetrica. Si calcoli:

- a) la temperatura del gas all'inizio e alla fine delle varie trasformazioni che formano il ciclo;  
 b) il rendimento del ciclo.

a)

1 – 2 adiabatica

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \quad T_2 = T_1 (V_1/V_2)^{\gamma-1} \quad \text{ma}$$

$$V_1/V_2 = k \quad \text{dunque}$$

$$T_2 = T_1 k^{\gamma-1} = 400 \cdot 0.729^{2/3} = 324 \text{ K}$$

la pressione vale

$$P_2 = nRT_2/V_2 = nR T_1 k^{\gamma-1} / (V_1/k) = P_1 k^\gamma \quad (\text{o anche da } P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma)$$

2 – 3 isobara

$$P_2 = P_3 = P_1 k^\gamma \quad \text{e}$$

$$T_3 = k T_1 = 292 \text{ K} \quad \text{da cui}$$

$$V_3 = nRT_3/P_3 = nRT_1 k / P_1 k^\gamma = V_1 k^{1-\gamma}$$

3 – 4 adiabatica

$$T_3 V_3^{\gamma-1} = T_4 V_4^{\gamma-1}$$

$$T_4 = T_3 (V_3/V_4)^{\gamma-1} = k T_1 (V_1 k^{1-\gamma} / V_1)^{\gamma-1} =$$

$$= T_1 k^{(\gamma-1)(1-\gamma)+1} = T_1 k^{\gamma(2-\gamma)} = 336 \text{ K}$$

a) Il rendimento è

$$\eta = 1 + Q_{\text{ced}}/Q_{\text{ass}}$$

il calore viene ceduto nella fase 2 – 3: espansione isobara

$$Q_{\text{ced}} = Q_{2-3} = nC_p (T_3 - T_2) \quad \text{e viene assorbito nella fase 4 – 1: riscaldamento isocoro}$$

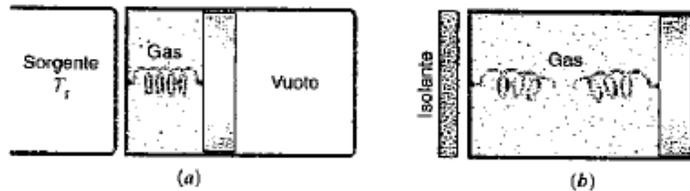
$$Q_{\text{ass}} = Q_{4-1} = nC_v (T_4 - T_1)$$

$$\eta = 1 + \frac{C_p (T_3 - T_2)}{C_v (T_4 - T_1)} = 0.16 = 16\%$$

Prob. 10-48

In un recipiente cilindrico con l'asse disposto orizzontalmente, si sezione  $S=0.05 \text{ m}^2$  e volume utile  $V=0.09 \text{ m}^3$ , vi è un pistone scorrevole con attrito trascurabile, collegato a una delle basi mediante una molla di lunghezza di riposo  $\ell_0=0.3 \text{ m}$ , costante elastica  $k=5 \cdot 10^4 \text{ N/m}$  e carico di rottura  $F=1.5 \cdot 10^4 \text{ N}$ . Il pistone delimita due camere: quella di sinistra, dove si trova la molla, contiene del gas perfetto biatomico alla temperatura  $T_0=300 \text{ K}$  e pressione  $P_0=2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ ; in quella di destra c'è il vuoto (v. figura). Cilindro, pistone e molla hanno capacità termica complessiva  $C=0.2 \text{ kcal/K}$ . Il recipiente viene messo in contatto con una sorgente di calore alla temperatura  $T_s=600 \text{ K}$ ; il contatto è tale che il recipiente si riscalda molto lentamente e il gas si espande fino alla rottura della molla. Subito dopo la rottura della molla il cilindro viene allontanato dalla sorgente e isolato termicamente. Dopo un periodo transitorio il recipiente, la molla e il gas raggiungono l'equilibrio. Si calcoli:

- l'allungamento iniziale della molla e il numero di moli del gas;
- la temperatura  $T_1$  del gas all'istante di rottura della molla;
- la quantità di calore ceduta dalla sorgente;
- la temperatura finale;
- la variazione di entropia della sorgente e quella dell'intero sistema.



a) Dal momento che inizialmente il pistone si trova in equilibrio, la forza esercitata dalla pressione del gas deve essere uguale in modulo alla forza esercitata dalla molla, ne consegue che

$$P_0 S = k \delta_0 \quad \text{pertanto}$$

$$\delta_0 = \frac{P_0 S}{k} = 0.2 \text{ m}$$

Ora, usando l'eq. di stato dei gas perfetti troviamo che il numero di moli del gas è

$$n = \frac{P_0 V_0}{RT_0}$$

Dove  $V_0 = S (\ell_0 + \delta_0)$ . Quindi si ha

$$n = \frac{P_0 S}{RT_0} (\ell_0 + \delta_0) = 2.0 \text{ mol}$$